

Title	非周期有限戸田格子のFermi-Pasta-Ulam-Tsingouの問題
Sub Title	Non periodic finite Toda lattice and its application to Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou problem
Author	池田, 薫(Ikeda, Kaoru)
Publisher	慶應義塾大学
Publication year	2024
Jtitle	学事振興資金研究成果実績報告書 (2023.)
JaLC DOI	
Abstract	A_{n-1}型の非周期有限戸田格子の熱力学的振る舞いの研究を行った。戸田格子は可積分系と言われる非線形方程式系でその軌道は完全に予測可能であると考えられてきた。ある意味エルゴード系とは対極にあるものと考えられてきた。戸田格子の解を具体的に求めるときGL_n(R)の元であるポテンシャル関数ΦのGauss分解を考えなくてはならない。ただGauss分解が不可能な時がある。その時は戸田格子は極を持ち、その極の解析は多くの数学者が取り組んできた。今回の研究はこの戸田格子の特異性が戸田格子のエルゴード性と結びついているのではないかと問題意識から始まった。戸田格子はn次元旗多様体G/B上の直線軌道として表される。旗多様体G/Bはn!分岐被覆空間である。戸田格子の軌道がこの分岐被覆空間の分岐因子であるパンルベ因子を通してどの被覆に移るかということをエルゴード理論を通して理解しようと考えた。そしてその結果を非線形性とエルゴード性を結ぶFermi-Pasta-Ulam-Tsingou問題に応用した。 I study the thermodynamical behavior of the Toda lattice. Toda lattice is representative non-linear integrable system and regarded as opposite to ergodic systems. To obtain the solution of Toda lattice, one should carry out the Gauss decomposition of the potential function Φ of GL_n(R). But when the orbit crosses with the Painleve divisor, the Gauss decomposition of Φ can not be carried out and the solution of the Toda lattice blows-up. I realize that these singularity of the Toda lattice relates to the ergodic behavior of the Toda lattice. I apply these results to the Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou problem which connects non-linearity to ergodic theory.
Notes	
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=2023000010-20230043

2023年度 学事振興資金（個人研究） 研究成果実績報告書

研究代表者	所属	経済学部	職名	教授	補助額	200千円 (B)
	氏名	池田 薫	氏名 (英語)	Kaoru Ikeda		
研究課題 (日本語)						
非周期有限戸田格子のFermi-Pasta-Ulam-Tsingouの問題						
研究課題 (英訳)						
Non periodic finite Toda lattice and its application to Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou problem						
1. 研究成果実績の概要						
A_{n-1}型の非周期有限戸田格子の熱力学的振る舞いの研究を行った。戸田格子は可積分系と言われる非線形方程式系でその軌道は完全に予測可能であると考えられてきた。ある意味エルゴード系とは対極にあるものと考えられてきた。戸田格子の解を具体的に求めるときGL_n(R)の元であるポテンシャル関数ΦのGauss分解を考えなくては行けない。ただGauss分解が不可能な時がある。その時は戸田格子は極を持ち、その極の解析は多くの数学者が取り組んできた。今回の研究はこの戸田格子の特異性が戸田格子のエルゴード性と結びついているのではないかという問題意識から始まった。戸田格子はn次元旗多様体G/B上の直線軌道として表される。旗多様体G/Bはn!分岐被覆空間である。戸田格子の軌道がこの分岐被覆空間の分岐因子であるパンルベ因子を通してどの被覆に移るかということをエルゴード理論を通して理解しようと考えた。そしてその結果を非線形性とエルゴード性を結ぶFermi-Pasta-Ulam-Tsingou問題に応用した。						
2. 研究成果実績の概要 (英訳)						
I study the thermodynamical behavior of the Toda lattice. Toda lattice is representative non-linear integrable system and regarded as opposite to ergodic systems. To obtain the solution of Toda lattice, one should carry out the Gauss decomposition of the potential function Φ of GL_n(R). But when the orbit crosses with the Painleve divisor, the Gauss decomposition of Φ can not be carried out and the solution of the Toda lattice blows-up. I realize that these singularity of the Toda lattice relates to the ergodic behavior of the Toda lattice. I apply these results to the Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou problem which connects non-linearity to ergodic theory.						
3. 本研究課題に関する発表						
発表者氏名 (著者・講演者)	発表課題名 (著書名・演題)		発表学術誌名 (著書発行所・講演学会)		学術誌発行年月 (著書発行年月・講演年月)	
Kaoru Ikeda	Applications of the full Kostant-Toda lattice and hyper-functions to unitary representations of the Heisenberg groups		Journal of Symplectic Geometry		2023 December	