

Title	Heisenberg群のユニタリー表現とその既約分解へのPoisson幾何学と佐藤超関数の応用
Sub Title	Application of Sato hyper functions to irreducible decompositions of the unitary representations of Heisenberg groups
Author	池田, 薫(Ikeda, Kaoru)
Publisher	慶應義塾大学
Publication year	2021
Jtitle	学事振興資金研究成果実績報告書 (2020.)
JaLC DOI	
Abstract	<p>$G=GL_n(\mathbb{R})$とする. Bを上三角Borel群とし旗多様体G/Bを考える. PをBを含むある極大放物型部分群とした時G/BはG/Pを底空間としたタワー構造を持つ. このタワー構造とはサイズの異なるHeisenberg群をfiberとするfiber束を重ねた構造である. G/B上の力学系として戸田格子が知られているが, タワー構造を含めたG/B上の力学系はfull Kostant-戸田格子として知られている. Λを可積分系の研究でよく現れるシフト行列と呼ばれる定数行列とする. Λ+下三角Borel行列全体のなすアファイン空間をLax行列の空間という. G/Bと下三角冪零群Nを同一視し定数Lax行列Lに対してaLa^{-1}をLax軌道という.下三角のBorel行列$=0$ならば冪零軌道となる. 冪零軌道の極小軌道はユニタリー表現の最小の構成要素となるが冪零軌道のアナロジーとして本研究では上記のLax軌道なるものを考えた. 最小Lax軌道とはどのようなものか, そのユニタリー表現の研究に果たす役割はどのようなものだろうか. G/BはG/Pを底空間とするタワー構造を持つ. G/Pは$2n-3$次元Heisenberg群と同相である. $X=U/R$とする. Xの座標として$u=U$のLie環で$n, 1$成分$=0$と置いたものが取れる. 一方Lax軌道は$\mathbb{R}^{(n-2)}$の点qを初期データとする戸田格子の軌道である. その時間発展のパラメーターをtとするとtは$\mathbb{R}^{(n-2)}$に属する. このqとtでXをパラメトライズするためにfull Kostant-戸田格子のchop積分に関するHamiltonian flowsを用いる. このHamiltonian flowsはG/Bのタワー構造のfiberに沿った時間発展を与える. このパラメーター付けでXには偏極つきのsymplectic構造が定義できる. $2n-3$次元Heisenberg群UはXにsymplectic作用を持つ. そしてその作用からX上の直線束の切断上にUのユニタリー表現が定義できる. その既約分解を考える時プロパーな成分を見つけその成分による既約分解を求めるために佐藤超関数を用いる. Let G be $GL_n(\mathbb{R})$ and B be the Borel subgroup of G. Let P be the maximal parabolic subgroup including B. The flag manifold G/B has tower structure with base space G/P. The tower structure is nested fiber bundle structure where each fiber is homeomorphic to Heisenberg group. Let U be $2n-3$dimensional Heisenberg group and R be its center. We consider the quotient space $X=U/R$. We parameterize all points of X by time parameters t and parameter of conserved quantities q. t and q are points of $\mathbb{R}^{(n-2)}$. This parameterization brings to X the polarized symplectic structure. For this parameterization, we use chop integrals of the full Kostant-Toda lattice. U has symplectic action on X. This action brings the unitary representation of U ρ. To find proper irreducible components of ρ, we use Sato hyper functions.</p>
Notes	
Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=2020000008-20200063

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

研究代表者	所属	経済学部	職名	教授	補助額	200 (B) 千円
	氏名	池田 薫	氏名 (英語)	Kaoru Ikeda		
研究課題 (日本語)						
Heisenberg 群のユニタリー表現とその既約分解への Poisson 幾何学と佐藤超関数の応用						
研究課題 (英訳)						
Application of Sato hyper functions to irreducible decompositions of the unitary representations of Heisenberg groups						
1. 研究成果実績の概要						
<p>$G=GL_n(\mathbb{R})$とする. B を上三角 Borel 群とし旗多様体 G/B を考える. P を B を含むある極大放物型部分群とした時 G/B は G/P を底空間としたタワー構造を持つ. このタワー構造とはサイズの異なる Heisenberg 群を fiber とする fiber 束を重ねた構造である. G/B 上の力学系として戸田格子が知られているが, タワー構造を含めた G/B 上の力学系は full Kostant-戸田格子として知られている. Λ を可積分系の研究でよく現れるシフト行列と呼ばれる定数行列とする. Λ+下三角 Borel 行列全体のなすアファイン空間を Lax 行列の空間という. G/B と下三角冪零群 N を同一視し定数 Lax 行列 L に対して aLa^{-1} を Lax 軌道という. 下三角の Borel 行列=0 ならば冪零軌道となる. 冪零軌道の極小軌道はユニタリー表現の最小の構成要素となるが冪零軌道のアナロジーとして本研究では上記の Lax 軌道なるものを考えた. 最小 Lax 軌道とはどのようなものか, そのユニタリー表現の研究に果たす役割はどのようなものだろうか. G/B は G/P を底空間とするタワー構造を持つ. G/P は $2n-3$ 次元 Heisenberg 群と同相である. $X=U/R$ とする. X の座標として $u=U$ の Lie 環で $n,1$ 成分=0 と置いたものが取れる. 一方 Lax 軌道は $R^{(n-2)}$ の点 q を初期データとする戸田格子の軌道である. その時間発展のパラメーターを t とすると t は $R^{(n-2)}$ に属する. この q と t で X をパラメトライズするために full Kostant-戸田格子の chop 積分に関する Hamiltonian flows を用いる. この Hamiltonian flows は G/B のタワー構造の fiber に沿った時間発展を与える. このパラメーター付けで X には偏極つきの symplectic 構造が定義できる. $2n-3$ 次元 Heisenberg 群 U は X に symplectic 作用を持つ. そしてその作用から X 上の直線束の切断上に U のユニタリー表現が定義できる. その既約分解を考える時プロパーな成分を見つけその成分による既約分解を求めるために佐藤超関数を用いる.</p>						
2. 研究成果実績の概要 (英訳)						
<p>Let G be $GL_n(\mathbb{R})$ and B be the Borel subgroup of G. Let P be the maximal parabolic subgroup including B. The flag manifold G/B has tower structure with base space G/P. The tower structure is nested fiber bundle structure where each fiber is homeomorphic to Heisenberg group. Let U be $2n-3$ dimensional Heisenberg group and R be its center. We consider the quotient space $X=U/R$. We parameterize all points of X by time parameters t and parameter of conserved quantities q. t and q are points of $R^{(n-2)}$. This parameterization brings to X the polarized symplectic structure. For this parameterization, we use chop integrals of the full Kostant-Toda lattice. U has symplectic action on X. This action brings the unitary representation of U. To find proper irreducible components of ρ, we use Sato hyper functions.</p>						
3. 本研究課題に関する発表						
発表者氏名 (著者・講演者)	発表課題名 (著書名・演題)	発表学術誌名 (著書発行所・講演学会)	学術誌発行年月 (著書発行年月・講演年月)			
Kaoru Ikeda	The resolution of the singular loci of the Toda lattice on the split and connected reductive Lie groups	Journal geometry and physics 148, Elsevier	2020			