

Title	凸多面体を値とする多価写像の研究
Sub Title	Research on multivalued mappings with polyhedra values
Author	小宮, 英敏(Komiya, Hidetoshi)
Publisher	慶應義塾大学
Publication year	2020
Jtitle	学事振興資金研究成果実績報告書 (2018.)
JaLC DOI	
Abstract	<p>凸多面体を値とする多価写像の連続性の研究に伴い凸多角形列の収束性の研究を主に行った。凸多角形列の収束性は、一般の集合列の収束概念を援用して考察を進めることができるが、集合列の収束性は通常の点列の収束性に比べると複雑なところがある。点とは異なり集合は広がりを持つため、優収束性及び劣収束性という2種類の収束概念を用いて集合列の収束性を考察する必要がある。一方、凸多角形は必ず有限個の端点をもち、その端点全体の集合の凸包として記述できる。凸多角形列の収束性とその端点集合列の収束性との関連を細かく探究した。</p> <p>凸多角形列の端点集合列がある凸多角形の端点集合に収束している場合、元の凸多角形列がその凸多角形に収束することは比較的容易に導くことができるが、その逆は必ずしも成立しない。すなわち、凸多角形列がある凸多角形に収束したとしても、必ずしもその端点集合列が収束先の凸多角形の端点集合に収束するとは限らない。この現象に鑑み、凸多角形列の収束性よりその端点集合列の収束性が導かれるための条件を明確にした。</p> <p>一方、凸多角形は有限個の半空間の交わりからできているが、その半空間族を既約なものに限定し、さらに半空間を記述する方向ベクトルのノルムを1に正規化することにより、その半空間族の方向ベクトルと境界超平面を規定する実数の組の集合で凸多角形は一意的に表すことができる。この半空間族を表すベクトルと実数の組の有限集合に凸多角形の情報はすべて受け継がれているが、この有限集合列の収束と元になった凸多角形列そのものの収束の関係についても研究を進めた。さらに、この有限集合列の収束と端点集合列の収束の関係についても研究を行った。</p> <p>以上の研究により本研究の目的である凸多面体を値にもつ多価写像の連続性に関する基本的な知見が得られ、その結果をワーキングペーパー「Convergence of Sequences of Convex Polytopes」にまとめた。</p> <p>We mainly made research for convergence of sequences made of polytopes subordinated to the research on multivalued mappings with polyhedra values. The research of the convergence of sequences of polytopes is proceeded with the aid of concepts of that of sequences of general sets, but the convergence of sequences of sets is more complicated than that of points, because sets have some expanses. We usually understand the convergence of sequences of sets with two different concepts of convergences, that is, upper semiconvergence and lower semiconvergence. On the other hand, polytopes have an outstanding property that they have finite extreme points, and they are convex hulls of their extreme points. We scrutinized relation between the convergence of the sequences of polytopes and that of the sequences of the sets of extreme points.</p> <p>In case a sequence of the sets of extreme points of polytopes converges to the set of extreme points of a polytope, it is relatively easily proved that the sequence of polytopes converges to the polytope, but the converse assertion does not hold generally. Inspired by this phenomenon, I found some condition that guarantees the implication from the convergence of the sequence of polytopes to the convergence of the sequence of the sets of corresponding extreme points.</p> <p>On the other side, a polytope is described as an intersection of finite number of halfspaces, and if we limit the finite family of the halfspaces to a irreducible one and normalize the normal vectors, the expression of a polytope by halfspaces is uniquely determined. It is considered true that the whole properties of a polytope are inherited to the finite set of the normal vectors and real numbers which determine the boundaries of the halfspaces. We also investigated the relation between the convergence of the finite set of normal vectors and real numbers and the convergence of the original sequence of polytopes. Furthermore, we treated the relation between the finite set of normal vectors and real numbers and the set of extreme points.</p> <p>We got fundamental information on the continuity of multivalued mappings with polyhedra values from the research, and shaped it into a working paper "Convergence of Sequences of Convex Polytopes."</p>
Notes	

Genre	Research Paper
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=2018000005-20180027

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the KeiO Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

研究代表者	所属	商学部	職名	教授	補助額	300 (A) 千円
	氏名	小宮 英敏	氏名 (英語)	Hidetoshi Komiya		
研究課題 (日本語)						
凸多面体を値とする多価写像の研究						
研究課題 (英訳)						
Research on multivalued mappings with polyhedra values						
1. 研究成果実績の概要						
<p>凸多面体を値とする多価写像の連続性の研究に伴い凸多角形列の収束性の研究を主に行った。凸多角形列の収束性は、一般の集合列の収束概念を援用して考察を進めることができるが、集合列の収束性は通常の点列の収束性に比べると複雑なところがある。点とは異なり集合は広がりを持つため、優収束性及び劣収束性という2種類の収束概念を用いて集合列の収束性を考察する必要がある。一方、凸多角形は必ず有限個の端点を持ち、その端点全体の集合の凸包として記述できる。凸多角形列の収束性とその端点集合列の収束性との関連を細かく探究した。</p> <p>凸多角形列の端点集合列がある凸多角形の端点集合に収束している場合、元の凸多角形列がその凸多角形に収束することは比較的容易に導くことができるが、その逆は必ずしも成立しない。すなわち、凸多角形列がある凸多角形に収束したとしても、必ずしもその端点集合列が収束先の凸多角形の端点集合に収束するとは限らない。この現象に鑑み、凸多角形列の収束性よりその端点集合列の収束性が導かれるための条件を明確にした。</p> <p>一方、凸多角形は有限個の半空間の交わりからできているが、その半空間族を既約なものに限定し、さらに半空間を記述する方向ベクトルのノルムを1に正規化することにより、その半空間族の方向ベクトルと境界超平面を規定する実数の組の集合で凸多角形は一意的に表すことができる。この半空間族を表すベクトルと実数の組の有限集合に凸多角形の情報はすべて受け継がれているが、この有限集合列の収束と元になった凸多角形列そのものの収束の関係についても研究を進めた。さらに、この有限集合列の収束と端点集合列の収束の関係についても研究を行った。</p> <p>以上の研究により本研究の目的である凸多面体を値にもつ多価写像の連続性に関する基本的な知見が得られ、その結果をワーキングペーパー「Convergence of Sequences of Convex Polytopes」にまとめた。</p>						
2. 研究成果実績の概要 (英訳)						
<p>We mainly made research for convergence of sequences made of polytopes subordinated to the research on multivalued mappings with polyhedra values. The research of the convergence of sequences of polytopes is proceeded with the aid of concepts of that of sequences of general sets, but the convergence of sequences of sets is more complicated than that of points, because sets have some expanses. We usually understand the convergence of sequences of sets with two different concepts of convergences, that is, upper semiconvergence and lower semiconvergence. On the other hand, polytopes have an outstanding property that they have finite extreme points, and they are convex hulls of their extreme points. We scrutinized relation between the convergence of the sequences of polytopes and that of the sequences of the sets of extreme points.</p> <p>In case a sequence of the sets of extreme points of polytopes converges to the set of extreme points of a polytope, it is relatively easily proved that the sequence of polytopes converges to the polytope, but the converse assertion does not hold generally. Inspired by this phenomenon, I found some condition that guarantees the implication from the convergence of the sequence of polytopes to the convergence of the sequence of the sets of corresponding extreme points.</p> <p>On the other side, a polytope is described as an intersection of finite number of halfspaces, and if we limit the finite family of the halfspaces to a irreducible one and normalize the normal vectors, the expression of a polytope by halfspaces is uniquely determined. It is considered true that the whole properties of a polytope are inherited to the finite set of the normal vectors and real numbers which determine the boundaries of the halfspaces. We also investigated the relation between the convergence of the finite set of normal vectors and real numbers and the convergence of the original sequence of polytopes. Furthermore, we treated the relation between the finite set of normal vectors and real numbers and the set of extreme points.</p> <p>We got fundamental information on the continuity of multivalued mappings with polyhedra values from the research, and shaped it into a working paper ``Convergence of Sequences of Convex Polytopes.''</p>						
3. 本研究課題に関する発表						
発表者氏名 (著者・講演者)	発表課題名 (著書名・演題)	発表学術誌名 (著書発行所・講演学会)	学術誌発行年月 (著書発行年月・講演年月)			