

論文審査の要旨および学識確認結果

報告番号	甲／乙第 号	氏 名	陳 征宇
論文審査担当者： 主査 慶應義塾大学教授 工学博士 仲田 均			
副査 慶應義塾大学准教授 博士（理学） 田中 孝明			
副査 慶應義塾大学准教授 博士（数理科学） 勝良 健史			
副査 慶應義塾大学特別招聘教授（国際） PhD バルテ、ヴァレリー			
(論文審査の要旨) 修士(工学)陳 征宇君の学位請求論文は「Metric Theory of Diophantine Approximations over Imaginary Quadratic Fields (虚二次体におけるディオファントス近似の測度論的研究)」と題し全3章よりなる。 実数に対するディオファントス近似の測度論的研究はこれまでに持ち多くの結果が知られているが、複素数の虚二次体の要素による近似の問題に関してはこれまでごくわずかな事実しか知られていない。実数の問題においても Duffin-Schaeffer 予想とよばれる問題は 50 年以上に渡って未解決のまま残されている。この問題に関連して、複素数の虚二次体による近似に対して、実数の場合に成立しているような性質がどの程度成り立つかを知ることは複素数の性質を深く理解することのみならず Duffin-Schaeffer 予想の解決に向けた一つの手掛かりを生む可能性も持っている。 実数と複素数のもっとも大きな違いは整数の素因数分解の一意性の成立にある。虚二次体の整数の場合、イデアルによる素因数分解の一意性が成立するため、虚二次体の元を分数として表すときの既約性をイデアルで議論することが自然である。しかし、そのため実数の場合と同じ方法論を用いてもディオファントス不等式の解の既約な解の個数の評価が困難になる。もうひとつの困難さは複素数の持つ 2 次元性がある。実数の問題では数の持つ順序性が問題の解析を簡単にしている。複素数の場合にはそれが、sieve method などにおける計算の複雑さを引き起こす。陳君の論文では虚二次体の代数的性質を活用し精密な計算を行うことでこれらの困難さを克服している。特に、複素版の Merten の第 2、第 3 定理、および Landau の素イデアル定理、イデアルに関するオイラー関数の値に関する評価を用いることが重要なポイントになっている。これらを有効に用いることで、本論文の中で核となる第二章の結果を示すことに成功している。 第一章では実数のディオファントス近似のこれまでの研究結果について年代を追って解説し、さらに複素数の場合のこれまでの研究結果の解説を与えている。さらに、必要となる基本的概念の定義を与えている。 第二章では虚二次体の元による複素ディオファントス近似問題における Duffin-Schaeffer 型予想を与え、その特別な場合の成立として Vaaler 型定理について述べ、その証明を与えている。実数における Vaaler の定理はディオファントス不等式の評価関数が $O(1/n)$ であれば Duffin-Schaeffer 予想が成立するという命題でこれまで知られている十分条件の中でもっとも単純で一般的なものである。陳君はこの条件が複素数の問題においても十分条件を与えていることを示している。 第三章ではディオファントス不等式の評価関数が急速に 0 に収束する場合を主に考え、与えられた虚二次体の中で不等式の解が無限個持つような集合の Hausdorff 次元の値を特徴付けている。この結果は、実数の場合の古典的な Jarnik-Besicovitch の結果を複素数の場合への拡張を含んでおり、さらに解の分母のとりうる整数に制限を与えた場合まで含んでいる。さらに、この結果を Duffin-Schaeffer 型予想に関する条件満たす評価関数について、既約性の条件を付けなければ、解を無限個持つ複素数の集合の Hausdorff 次元が 2 であることを証明している。この結果は複素数の場合の Duffin-Schaeffer 型予想が成立することの傍証になっている。 以上、陳君の研究はこれまでの複素ディオファントス近似理論の研究を大きく前進させる結果を与えており、この分野の研究に大きな貢献を与えている。 よって、本論文の著者は博士(理学)の学位を受ける資格があるものと認める。			
学識確認結果	学位請求論文を中心にして関連学術について上記審査委員会委員で試問を行い、当該学術に関し広く深い学識を有することを確認した。 また、語学（英語）についても十分な学力を有することを確認した。		

※ ○○ ○○には審査担当者氏名、△△△△には、「上記審査会委員」等と記載する。