

Title	『資本論』における大工業論の数理的展開
Sub Title	Mathematical consideration of large-scale industry in Marx's Capital
Author	関根, 順一 (Sekine, Junichi)
Publisher	慶應義塾経済学会
Publication year	2017
Jtitle	三田学会雑誌 (Mita journal of economics). Vol.110, No.2 (2017. 7) ,p.167(71)- 188(92)
JaLC DOI	10.14991/001.20170701-0071
Abstract	本稿は、 『資本論』第1巻第4篇でMarxが提起した大工業論の数学的定式化を行った。数学的定式化の結果、協業、分業、機械体系による生産の間の関係は簡明になり、大工業論の構造が明瞭になった。本稿の主要な結論は以下の通りである。第1に協業は生産活動の技術的性質に直接に依拠する。第2に、生産組織内での労働者間の協力関係に注目するとき、機械体系による生産は最高度に高められた協業と見なされる。第3に分業は必ずしも生産活動の技術的性質のみに依拠するわけではない。 This study mathematically considers large-scale industry addressed by K. Marx in volume 1 of his Capital. In this mathematical formulation, the relationships among worker cooperation, the division of labor, and production by means of the machine system is made simple and transparent ; the logical structure of his argument has been maintained. The main conclusions are as follows : First, cooperation directly depends on the technological properties of industrial production. Second, in terms of cooperation among industrial workers vis-à-vis the organization of production, the machine system can be observed to foster cooperation of the highest degree. Finally, the division of labor does not necessarily depend solely on the technological properties of industrial production.
Notes	特集：『資本論』数理化研究の最先端
Genre	Journal Article
URL	https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail.php?koara_id=AN00234610-20170701-0071

慶應義塾大学学術情報リポジトリ(KOARA)に掲載されているコンテンツの著作権は、それぞれの著作者、学会または出版社/発行者に帰属し、その権利は著作権法によって保護されています。引用にあたっては、著作権法を遵守してご利用ください。

The copyrights of content available on the Keio Associated Repository of Academic resources (KOARA) belong to the respective authors, academic societies, or publishers/issuers, and these rights are protected by the Japanese Copyright Act. When quoting the content, please follow the Japanese copyright act.

『資本論』における大工業論の数理的展開

関根 順一^{*}

A Mathematical Consideration of Large-scale Industry in Marx's *Capital*

Jun-Ichi Sekine^{*}

Abstract: This study mathematically considers large-scale industry addressed by K. Marx in volume 1 of his *Capital*. In this mathematical formulation, the relationships among worker cooperation, the division of labor, and production by means of the machine system is made simple and transparent; the logical structure of his argument has been maintained. The main conclusions are as follows: First, cooperation directly depends on the technological properties of industrial production. Second, in terms of cooperation among industrial workers vis-à-vis the organization of production, the machine system can be observed to foster cooperation of the highest degree. Finally, the division of labor does not necessarily depend solely on the technological properties of industrial production.

Key words: Marx, cooperation, division of labor, technology, production function

JEL Classifications: D21, B14, B51

本稿は、2017 年 3 月に慶應義塾大学で開かれた『資本論』初版 150 周年記念コンファレンスでの報告に基づく。コンファレンスでは討論者の大西広慶應義塾大学教授をはじめ、参加者の方々から貴重な助言を頂いた。記して感謝申し上げます。

^{*} 九州産業大学経済学部
Faculty of Economics, Kyushu Sangyo University

1. はじめに

この数年来、筆者は機械制大工業の下での生産組織と生産決定の問題に取り組んできたが、その出発点は経済理論学会での研究報告であった。筆者は2011年、経済理論学会第59回大会で「協業・分業および機械生産：『資本論』第1巻第4篇の数学的定式化」と題して研究報告を行った。本稿は、この研究報告の主要な結果を再掲するとともに、その後の討論において示された論点を考慮しつつ、若干の分析の改善を試みる。

最初に『資本論』第1巻の関連箇所性格を確認しよう。周知のようにMarxの大工業論は『資本論』第1巻第4篇で展開された。『資本論』第1巻第4篇は第10章で相対的剰余価値の概念を導入し、第11章で協業を、第12章で分業とマニュファクチュアを、さらに第13章で機械と大工業を詳細に論じている。ただし、この部分の論述は『資本論』の他の部分との相違が著しい。『資本論』の多くの記述が概して抽象的理論的であるのに対し、第1巻第4篇の主要な説明は具体的かつ歴史的であり、そもそも協業からマニュファクチュア、機械制大工業へと至る議論の流れが、近代社会の成立期における生産組織の歴史的発展を下敷きにしていることは明らかだろう。そのためか、『資本論』のこの部分は従来、研究者の間で、労働価値説や剰余価値論、再生産表式論、生産価格論のようなMarxの経済分析の核心ではなく歴史的事実の参照か、せいぜい補完的な制度論と見なされる傾向が強かった。ところが、今日、この傾向には明らかな変化が見られる。この約20年間、CoaseやWilliamsonによって代表される「取引費用の経済学」(Transaction Cost Economics)の隆盛を受けて企業組織への関心が高まり、SmithやMarxを含む古典的な著作における生産組織の理論の再評価が進んだ。この再評価の中で『資本論』第1巻第4篇はもはや単なる歴史的事例の研究や社会制度の記述ではない。第1巻第4篇は1つの理論研究として独自の意義を持つ⁽¹⁾。

本稿もまた第1巻第4篇を独立の理論研究と見なすだけでなく、さらに進んで、Marxが提示する生産組織の理論の数学的定式化を試みる。数学的定式化は夾雑物を排して、この理論の基本構造を明瞭な形で示すだろう。歴史的事例の参照や具体的な制度の説明は読者のイメージを豊かにするが、その結果、議論の本筋が見えにくくなることも少なくない。

本稿はまず、労働者間の関係に注意して生産技術の諸類型を数学的に定式化する。第2節では独立生産者の生産関数に続いて協業の生産関数を提示する。第3節では分業を取り上げる。生産技術の特徴は生産組織内の分業の編成にどのような影響を及ぼすだろうか。分業は伝統的に協業と同列に論じられることが多く、本稿も協業に続いて分業に言及する。第4節では機械体系による生産の生産関数を示し、その性質を検討する。本稿は単純な協業の生産関数、一般の協業の生産関数およ

(1) 代表的な研究はLeijonhufvud[1986]やPagano[2012]である。

び機械体系による生産の生産関数を順次、導入する。これらの生産関数を一括して生産組織の生産関数と呼ぼう。第5節では生産組織の生産関数と新古典派生産関数の関係を考える。

2. 協業

周知のように『資本論』第1巻は商品生産の説明から始まる。Marxは、彼の経済理論の記述を商品生産から始めたのである。本稿も説明の都合上、生産組織の理論分析を独立生産者の生産から始めよう。

単純化のために独立自営の生産者は自分自身の労働のみに頼って生産物を生産すると仮定しよう。さらに、以下の展開を考慮して n 人の独立生産者の中の1人を代表的個人 $i (i = 1, 2, \dots, n)$ としよう。代表的個人 i は労働 $L_i \geq 0$ のみを投入して財 Y_i を生産する。労働投入 L_i と産出量 Y_i の関係を次のように定める。

$$Y_i = A_i L_i^\lambda, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

ただし、 $A_i > 0$, $\lambda > 0$ は定数である。この式の右辺を $F(L_i)$ と置く。

$$F(L_i) = A_i L_i^\lambda$$

関数 $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ を独立生産者の生産関数と呼ぶ。労働投入 L_i は労働時間で測られ、産出量 Y_i は物量単位で測られる。独立生産者の生産関数によれば、1時間の労働が投入されれば、 A_i 単位の生産物が得られるだろう。定数 A_i は時間単位を物量単位に変換する。その後の展開を考えて個人 i の限界生産力 $F'(L_i)$ を求めておこう。

$$F'(L_i) = \lambda A_i L_i^{\lambda-1} > 0$$

さらに、 $c > 1$ に対して

$$F(cL_i) = c^\lambda F(L_i)$$

であるから、この生産関数は $\lambda = 1$ のとき、規模に関して収穫一定、 $\lambda > 1$ のとき収穫逓増、 $0 < \lambda < 1$ のとき収穫逓減である。具体的場面において、いずれの可能性も排除できない。たとえばマニファクチュアは分業を極度にまで推し進めることによって労働者の熟練を高め、その一方で単調な労働の連続は労働者から緊張感や高揚感を奪ってしまう⁽²⁾。Marxは、マニファクチュアで働く個々の労働者に関して、このことを指摘した。正確にはマニファクチュアは、以下で述べる協業の1つの型であるが、この場合、マニファクチュアで働く個々の労働者に関する指摘は、そのまま独立

(2) Marx [1968], pp. 445–447.

生産者に当てはまる。同一作業の反復により労働者の技能が向上すれば、労働 L の増加を上回る速度で生産量 Y が増大し、生産関数は収穫逓増を示す。一方、長時間労働により労働者の作業効率が低下すれば、労働 L の増加にもかかわらず、それを下回る速度でしか生産量 Y は増大しない。このとき、生産関数は収穫逓減を示す。あるいは、両方の作用が調和して生産関数は収穫一定を示す場合も考えられる。

もっとも個人による独立自営の生産は決して資本主義的生産の基礎ではない。Marx は、同じ個別資本がかなり多数の労働者を同時に雇用し、したがって、その労働過程が拡張された規模で遂行され、同じ種類の生産物を大規模に供給するようになったとき、資本主義的生産が実際に始まると言う。Marx は同じ生産過程で多くの人々が計画的に協力して働く労働形態を協業と呼ぶが、Marx⁽³⁾によれば協業は常に資本主義的生産様式の基本形態である。

そこで、それまで独立生産者によって別々の場所で進められた作業がたまたま一カ所に集中して行われたとしよう。周知のように Smith は『諸国民の富』の第 1 章で最も単純な生産工程の一例として、ピン生産工程を取り上げた。ピン生産工程では、針金の引き伸ばしから始まり、針金の切断と研磨、頭の取り付け、製品の梱包に至る種々の作業が行われるが、一連の作業の中で針金を引き伸ばす作業を数人並んで行う場面を想像しよう。このとき、労働者が互いに干渉し合うことがなければ、このような協業を単純な協業と言う。当然のことながら、単純な協業の結果、総生産量は各人の生産量の合計になる。 n 人の労働者が協力するとき、総生産量 Y は

$$Y = \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda$$

と表される。ただし、 $A_k > 0$, $\lambda > 0$ は定数である。この式の右辺を $G_0(L_1, L_2, \dots, L_n)$ と置く。

$$G_0(L_1, L_2, \dots, L_n) = \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda$$

関数 $G_0: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ は単純な協業の生産関数である。それでは各人が 1 時間の労働を投入したとき、生産物は何単位、生産されるだろうか。いま、各人が 1 時間の労働を投入したとき、生産物 1 単位が生産されるとしよう。この生産関数に関して

$$G_0(1, 1, \dots, 1) = 1$$

を仮定すると、定数 A_k に関して

$$\sum_{k=1}^n A_k = 1$$

(3) Marx [1968], pp. 423–440.

が成り立つ。

単純な協業における個人 i の限界生産力は

$$\frac{\partial G_0}{\partial L_i} = \lambda A_i L_i^{\lambda-1} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

であり、個人 i が独立生産者である場合と変わらない。しかも、

$$\frac{\partial^2 G_0}{\partial L_i \partial L_j} = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

であるから、単純な協業において個人 i の限界生産力は他の個人 $j (j \neq i)$ の労働 L_j に依存しない。生産の増加は特定の個人の努力の結果であり、各人の貢献は容易に特定される。さらに、 $c > 1$ に対して、

$$G_0(cL_1, cL_2, \dots, cL_n) = c^\lambda G_0(L_1, L_2, \dots, L_n)$$

であるから、生産関数 G_0 は $\lambda = 1$ のとき規模に関して収穫一定、 $\lambda > 1$ のとき収穫逓増、 $0 < \lambda < 1$ のとき収穫逓減である。単純な協業における収穫法則も独立生産者の場合と変わらない。一カ所に集中したとはいえ、単純な協業は各労働者の生産活動の合計にとどまる。

単純な協業の場合、並行して作業を進める労働者が相互に影響を及ぼすことはなかった。だが、実際には個人間に相互作用を引き起こさない協業はむしろまれであろう。ちょうど長時間の集中が独立生産者の熟練を形成したように多数の人々による協業はそれ自体、以下で詳しく述べるように全体の生産効率を高めるかもしれない。一般の協業では総生産物 Y は

$$Y = \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^\mu$$

と表される。ただし、 $\mu > 0$ は定数である。この式の右辺を $G(L_1, L_2, \dots, L_n)$ と置く。

$$G(L_1, L_2, \dots, L_n) = \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^\mu$$

関数 $G: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ を一般の協業の生産関数と呼ぶ。もちろん、 $\mu = 1$ のとき、生産関数 G は単純な協業の生産関数 G_0 に帰着する。

単純な協業は独立生産者による生産の並列だった。しかし、単純な協業が一般の協業に移行すれば、その特性は大きく変わる。第 1 に、個人 i の限界生産力は

$$\frac{\partial G}{\partial L_i} = \lambda \mu \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^{\mu-1} \times A_i L_i^{\lambda-1} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

であるが、さらに、この偏導関数を個人 $j (j \neq i)$ の労働 L_j で偏微分すれば、

$$\frac{\partial^2 G}{\partial L_i \partial L_j} = \lambda^2 \mu (\mu - 1) \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^{\mu-2} \times A_i A_j (L_i L_j)^{\lambda-1}, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

となる。この値は $\mu > 1$ のとき正であり、 $0 < \mu < 1$ のとき負である。いずれにせよ、 $\mu = 1$ でなければ、個人 i の限界生産力は他の個人の労働量に依存する。単純な協業では各人の貢献を特定することは容易だった。一方、一般の協業において人々の協力は単純な協業より緊密であり、もはや各人の貢献を特定することは容易ではない。

第 2 に、労働者間の相互作用は別の形で現れる。いま、一般性を失うことなく

$$\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda > 1$$

と定める。⁽⁴⁾ $\mu > 1$ のとき、

$$Y = \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^\mu > \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda$$

であるから、人々の協力は個人単独での貢献の合計を上回り、協業はそれ自体で正の利益を生む。Marx が正しく指摘したように、多数の労働者が同じ作業を同時に行うときに、たとえば重い荷物を持ち上げるとかクランクを回すとか障害物を排除する場合に発揮される社会的な力は個別労働者の力の機械的な合計ではなく、協業によって本質的に集団的な力である新しい生産力が創造される。また、それとは別に各人は仲間が仕事に打ち込む姿を見て励まされるかもしれないし、逆に競争心を燃やすかもしれない。このときも個々の労働者の作業効率が高まる。⁽⁵⁾ 一方、 $0 < \mu < 1$ のとき、

$$Y = \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^\mu < \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda$$

であり、人々の協力は個人単独での貢献の合計に及ばない。協業は、このとき負の効果をもたらす。仲間の仕事ぶりが気になる余り、各人は自分の仕事に身が入らないかもしれないし、さらに悪いことに他人の仕事に干渉することで集団全体の作業効率が低下するかもしれない。ともあれ一般の協業の生産関数 G のパラメーター μ は多くの労働者が協力することによる正または負の効果、一言で言えば協業の生産効果を示す。

次に生産関数 G の収穫法則を検討しよう。 $c > 1$ に対して

$$G(cL_1, cL_2, \dots, cL_n) = c^{\lambda\mu} G(L_1, L_2, \dots, L_n)$$

(4) 不等式の左辺が 1 より小であれば、以下の展開で若干の不等号の向きを逆にする必要があるが、結論は本質的に変わらない。

(5) Marx [1968], pp. 427–428.

であるから、生産関数 G は $\lambda\mu = 1$ のとき、規模に関して収穫一定であり、 $\lambda\mu > 1$ のとき収穫逓増、 $0 < \lambda\mu < 1$ のとき収穫逓減である。単純な協業において収穫法則を決めていたのはパラメーター λ の値であった。だが、一般の協業における収穫法則はパラメーター λ の値だけでは決まらない。たとえ $\lambda < 1$ であっても協業の生産効果を示すパラメーター $\mu > 1$ が十分大きければ、この生産活動は収穫逓増になるだろうし、一方、 $\lambda > 1$ であってもパラメーター μ ($0 < \mu < 1$) が十分小さければ、この生産活動は収穫逓減になるだろう。一般の協業において収穫法則は協業の生産効果を示すパラメーター μ にも左右される。個人の生産能力に加えて個人間の協力如何も、この生産の収穫法則に作用する。

こうして単純な協業が一般の協業に移行するとき、労働者間の相互関係が重要な問題として立ち現れる。もっとも、問題は生産の技術的側面に限らず、生産物を巡る労働者間の関係にも及ぶ。

社会は社会構成員の求めに応じて財を生産しており、総生産物は社会構成員の間で所得として分配される。この所得分配は一般の協業の下で、支障なく行われるのだろうか。本稿は生産の技術的側面に注意を払い、労働者間の所得分配は本稿の主要な分析対象ではない。とはいえ、一般の協業が所得分配に及ぼす影響について興味深い論点に触れておく。

経済学が伝統的に、特にその方法論や問題設定において個人主義的経済思想を背景としてきたことはよく知られている。個人主義的経済思想に従えば、社会的生産の成果は最終的に個人に帰属するだけでない。社会全体の生産物は各人が生産活動に払った犠牲に応じて、別な言い方をすれば社会的生産への各人の貢献の程度に応じて個人に分配されることが望ましい。とはいえ、どのような生産組織でも、この個人主義的原則に基づく所得分配を実現できるとは限らない。

いま、生産技術が労働者間の所得分配に及ぼす影響を明示するために、生産組織の構成員は、生産活動の成果を直接に彼ら自身の所得とすることができると仮定しよう。別な言い方をすれば、生産組織内の労働者は、彼ら自身が生産した財に対する請求権を持つと考えてもよい。

独立生産者が彼ら自身の生産物を過不足なく消費するとき、独立生産者への所得分配は完全に個人主義的な原則に従う。また、単純な協業においても状況に大差はない。単純な協業は共同作業であるが、生産組織内の各労働者の貢献は判別可能であり、個人主義的な原則に従って共同作業の成果を各人に分配できる。

ところが、一般の協業では状況は同じではない。個人 i が独立生産者として労働 L_i を投入して生産を行うとき、その成果 Y_i は

$$Y_i = A_i L_i^\lambda, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

である。生産物 Y_i は、もし個人 i が独立生産者であったならば生産したであろう産出量であるから、仮に、一般の協業においても生産物 Y_i を個人 i の貢献と見なすことにしよう。このとき、個人 i に生産物 Y_i を分配できれば、一般の協業の場合にも個人主義的な分配原則を適用することができ

るにちがいない。それでは、一般の協業の場合にも個人の貢献に応じて生産物を分配し、個人主義的な分配原則を貫くことができるだろうか。

すでに述べたように、 $\mu > 1$ であれば、

$$\left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^\mu > \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda$$

であったから

$$Y > \sum_{k=1}^n Y_k$$

が成り立つ。逆に $\mu < 1$ であれば、

$$\left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^\mu < \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda$$

であり、

$$Y < \sum_{k=1}^n Y_k$$

が導ける。協業が正の生産効果を持つとき、生産組織全体の生産物 Y は各労働者の貢献の総和を超過し、生産物の一部は労働者に分配されずに残る。逆に、協業が負の生産効果を持つとき、生産組織全体の成果 Y は各労働者の貢献の総和に届かず、労働者全員に所得を保証するには所得分配の原資が不足する。いずれにせよ、個人主義的な分配規則に従う限り、各人の所得 Y_k の総計は生産量 Y に一致しない。たとえ協同作業の中での各人の貢献を認定できたとしても一般の協業において個人主義的な所得分配原則をいつでも適用することはできない。

Alchian and Demsetz [1972] は、集団による生産であり、かつ総産出量が各構成員単独での産出量の総計に等しくないような生産をチーム生産 (team production) と呼んだ。もっとも、Alchian and Demsetz [1972] によれば、チーム生産は、各構成員単独での産出量の総計を上回る成果を上げるとき、採用される。したがって、本稿の言葉を使えば、チーム生産とは正の生産効果を持つ協業にほかならない。加えて Alchian and Demsetz [1972] は、チーム生産では各人の生産活動への貢献を判別することが難しいことも指摘した。チーム生産では、総産出量を把握しただけでは、各個人がどれだけ生産活動に貢献したのかを判定できない。チーム生産において一部の構成員は仕事の手を抜くかもしれないが、総産出量の変化を見ただけでは、どの個人が怠けているのかを特定することは難しい。それでも、総産出量の変化に加えて各個人の行動を注意深く観察すれば、集団内においても各構成員の生産性の計測は十分可能である。相応の費用を負担すれば、どの個人が怠けているのか特定できる。Alchian and Demsetz [1972] は、チーム生産における個人の貢献の判定は困難

であるが、必要な労力さえ惜しまなければ決して不可能ではないと考えた。⁽⁶⁾ 一方、われわれは人々の協力が相乗効果を生むとき、各個人の貢献を正確に判別することはできないと考える。各個人の生産活動の少なくとも一部が他の個人の助力なしには実現しないとき、はたして各個人の貢献を単独で取り出すことは可能だろうか。正の生産効果を持つ協業は、生産組織に属する各人の貢献の総和を上回る集団的な生産力を生み出す。

3. 分業

『資本論』第1巻第4篇は協業に続いて分業（division of labor）を取り上げた。本稿も Marx に従い、協業に続いて分業を論じることしよう。

われわれは前節で単純な協業の生産関数を

$$G_0(L_1, L_2, \dots, L_n) = \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda, \quad A_k > 0, \lambda > 0$$

と書いた。この生産関数において個人 i ($i = 1, 2, \dots, n$) は労働 L_i を、個人 j ($j \neq i, j = 1, 2, \dots, n$) は労働 L_j を投入するが、われわれは各人の作業内容には言及しなかった。個人 i と個人 j は同じ作業に従事しているかもしれないし、異なる作業に従事しているかもしれない。前節では協業の例としてピン生産工程において数人の労働者が針金を引き伸ばす作業に従事する状況を挙げた。この例では各人の作業内容は同一であり、労働者間に分業は存在しない。一方、個人 i と個人 j が異なる作業に従事していれば、この2人の間で分業が成立し、協業は分業を伴う。

非常に多くの現実の協業では各人が特定の職務に専念し、協業は分業を伴う。それでは分業は専ら技術的理由によって引き起こされるのだろうか。この節では簡単なモデルを構成し、この問題を検討しよう。

第1に単純な協業を仮定しよう。財 Y の生産は単純な協業の生産関数

$$Y = \sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda, \quad A_k > 0, \lambda > 0$$

に従う。第2に職務 L_i ($i = 1, 2, \dots, n$) は互いに異なる作業内容を持つ。その上で生産組織内の各労働者は能力の点でも資格の点でも、これらの作業のいずれにも従事できると想定する。

もし個人 i ($i = 1, 2, \dots, n$) が生産工程内で特定の作業内容を持つ職務 L_i に専念すれば、 n 人の労働者の間で分業が成立するかもしれない。一方、個人 i が生産工程のすべての作業に従事するとき、分業は成立しない。たとえば、生産組織内の誰もがピン生産工程の一連の作業を引き受けると

(6) Alchian and Demsetz [1972], pp. 779–780.

き、この生産組織内で分業は成立しない。分業が実現するかどうかは誰がどの範囲の作業に従事するかに依存し、結局のところ、生産組織の編成の問題である。

それでは、生産組織はどのようにして編成されるのだろうか。個人 i ($i = 1, 2, \dots, n$) の総労働時間 $\bar{L}_i$ が所与であるとき、生産組織全体の生産量 Y が最大になるよう生産組織が編成されるものと仮定しよう。

個人 i は所与の総労働時間 $\bar{L}_i$ を異なる n 種類の職務に割り振り、職務 L_l ($l = 1, 2, \dots, n$) に労働時間 L_{il} ($0 \leq L_{il} \leq \bar{L}_i$) を投入するとき、生産組織全体の生産量 Y は

$$Y = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n A_{kl} L_{kl}^\lambda$$

と書き表されるだろう。もちろん、職務 L_l に投下される労働時間 L_{il} は

$$\sum_{l=1}^n L_{il} = \bar{L}_i, \quad L_{il} \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, n$$

を満たす。異なる職務に費やされる労働時間の総計は各人の総労働時間 $\bar{L}_i$ に等しい。一方、生産組織の生産目的は生産組織全体の生産量 Y の最大化であった。したがって、生産組織全体の最適化問題は

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n A_{kl} L_{kl}^\lambda \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{l=1}^n L_{kl} = \bar{L}_k, \quad L_{kl} \geq 0, \quad k, l = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

となる。

生産組織は生産組織全体の生産量 Y が最大になるよう意思決定を行う。もっとも、この節では単純な協業を仮定しており、個人 i の総労働時間 $\bar{L}_i$ の配分は他の個人 j ($j \neq i$) の総労働時間 $\bar{L}_j$ の配分に影響を及ぼさない。したがって、生産組織の最適化問題は實際上、単独の個人の総労働時間の分割の問題に帰着する。個人 i は最適化問題

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{l=1}^n A_{il} L_{il}^\lambda \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{l=1}^n L_{il} = \bar{L}_i, \quad L_{il} \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

を解いて職務 L_l に投下される労働時間 L_{il} を決定する。

最後に、この生産工程は労働時間 L_{il} に関して収穫逓増であると仮定しよう。単純な協業の生産関数においてパラメーター λ を $\lambda > 1$ と置く。生産組織全体の生産量の最大化が個人 i の生産量の最大化に帰着することは、すでに述べた。個人 i は、この仮定の下で、与えられた総労働時間 $\bar{L}_i$ を、どのように異なる職務の間に割り振るのだろうか。

まず新しい記号を導入して個人 i の最適化問題を書き換えておこう。個人 i の総労働時間 $\bar{L}_i$ に占める労働時間 L_{il} ($l = 1, 2, \dots, n$) の割合を u_{il} とすれば、労働時間 L_{il} は

$$L_{il} = u_{il} \bar{L}_i$$

と書くことができる。もちろん、

$$0 \leq u_{il} \leq 1$$

であり、個人 i の最適化問題は

$$\begin{aligned} \max \quad & \bar{L}_i^\lambda \left(\sum_{l=1}^n A_{il} u_{il}^\lambda \right) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{l=1}^n u_{il} = 1, \quad u_{il} \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

と書き直される。

次に、異なる n 種類の職務への総労働時間 $\bar{L}_i$ の配分を論じる準備として、わずか 2 種類の職務への総労働時間の配分を検討しよう。 $n = 2$ のとき、個人 i の最適化問題は

$$\begin{aligned} \max \quad & \bar{L}_i^\lambda (A_{i1} u_{i1}^\lambda + A_{i2} u_{i2}^\lambda) \\ \text{s.t.} \quad & u_{i1} + u_{i2} = 1, \quad u_{i1} \geq 0, \quad u_{i2} \geq 0 \end{aligned}$$

となる。

この場合、最適化問題を解くことは難しくない。表記を簡単にするために $u_{i1} = u$ とすれば、最適化問題の目的関数 $F(u)$ は

$$F(u) = \bar{L}_i^\lambda \{A_{i1} u^\lambda + A_{i2} (1 - u)^\lambda\}$$

となる。関数 $F(u)$ の 1 次導関数は

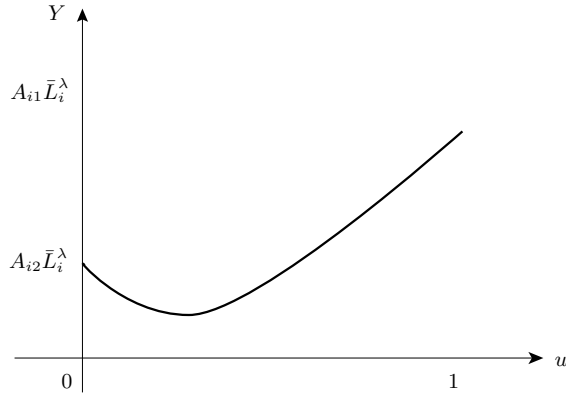
$$F'(u) = \bar{L}_i^\lambda \{\lambda A_{i1} u^{\lambda-1} - \lambda A_{i2} (1 - u)^{\lambda-1}\}$$

であり、また 2 次導関数は

$$F''(u) = \lambda(\lambda - 1) \bar{L}_i^\lambda \{A_{i1} u^{\lambda-2} + A_{i2} (1 - u)^{\lambda-2}\}$$

である。容易にわかるように制約条件 $0 \leq u \leq 1$ の下で関数 $F(u)$ の 2 次導関数の値は正であり、関数 $F(u)$ は狭義凸関数である。関数 $F(u)$ のグラフの形状は係数 A_{i1} と A_{i2} の大小関係と無関係ではない。図 3-1 には $A_{i1} > A_{i2}$ の場合の関数 $F(u)$ のグラフを描いた。関数 $F(u)$ のグラフから

図 3-1 関数 $F(u)$ のグラフ



わかるように、この場合、関数 $F(u)$ は $u = 1$ で最大値をとる。したがって、個人 i の最適化問題の解は

$$u_{i1} = 1, \quad u_{i2} = 0$$

であり、最適値は $A_{i1}\bar{L}_i^\lambda$ である。一方、 $A_{i1} < A_{i2}$ の場合、関数 $F(u)$ は $u = 0$ で最大値をとり、最適化問題の解は

$$u_{i1} = 0, \quad u_{i2} = 1$$

であり、最適値は $A_{i2}\bar{L}_i^\lambda$ である。個人 i は普通、2つの職務のどちらかに比較優位を持つ。職務 L_1 に比較優位を持てば、個人 i は職務 L_1 に専念し、逆に職務 L_2 に比較優位を持てば、個人 i は職務 L_2 に専念するにちがいない。なお、 $A_{i1} = A_{i2}$ の場合、職務 L_1 と職務 L_2 は無差別であるが、どちらか一方の職務に専念することには変わりはない。

生産工程が、作業内容が異なる2種類の職務から構成されるとき、労働 L_{il} ($l = 1, 2$) に関して収穫逡増が働けば、すなわち $\lambda > 1$ であれば、個人 i は職務 L_1 または職務 L_2 に専念することがわかった。言うまでもなく、この結果は個人 i の最適化問題において $n = 2$ と置いた特別な場合に過ぎない。職務の種類が増えて生産工程が n 種類の職務からなるとき、上述の結果は、どのように修正されるだろうか。 $n = 2$ の場合から類推すれば、労働 L_{il} ($l = 1, 2, \dots, n$) に関する収穫逡増が働く状況で個人 i ($i = 1, 2, \dots, n$) はいずれか1つの職務 L_h に専念するであろう。この推測を命題の形で提示すれば、以下のようになる。

命題 1

個人 i ($i = 1, 2, \dots, n$) の最適化問題に関して $\lambda > 1$ であるとき、最適解は $1 \leq h \leq n$, $h \in N$ および $\forall l \neq h, 1 \leq l \leq n, l \in N$ に対して

$$u_{ih} = 1, \quad u_{il} = 0$$

である。

この命題の証明には多少の数学的準備を必要とし、本稿では一般の場合における命題の証明は行わない。とはいえ、われわれは、すでに $n = 2$ の場合において命題を証明しており、また一般の場合は $n = 2$ の場合の自然な拡張であることがわかるだろう。

もちろん、生産組織内の各人が特定の職務に特化しただけでは生産組織全体で分業は編成されない。本稿の想定では生産組織内の n 人の労働者が互いに異なる n 種類の職務に専念するとき、 n 人の労働者からなる生産組織内で分業が成立する。

社会の異なる生産組織の間に成立する分業を社会的分業 (social division of labor) と呼ぶのに対し、生産組織内の分業は伝統的に工場内分業 (division of labor in the factory) と呼ばれる⁽⁷⁾。生産組織自身が意図的に生産組織内の分業を編成できる点に工場内分業の特徴がある。この節で検討したのは工場内分業の成立条件である。これまでの検討結果を整理しておこう。

確かに多数の労働者が互いに協力して働くとき、各々の作業内容がおのずから異なり、必然的に分業が成立する場合がある。たとえば、1 人では運べないピアノのような重い荷物を何人かで運ぶとき、1 人は荷物のある部分を持ち、他の者は別の部分を持つ。また、オーケストラでは各人がそれぞれの楽器を受け持つ。このような場合、人々の共同作業はそれ自体、分業を含む。協業は必然的に分業を伴い、生産組織の編成は生産の技術的性質によって一意的に決定される。とはいえ、分業の成立は必ずしも生産の技術的性質のみに依存しない。

Smith が分業の恰好な事例と考えたピン生産を再度、取り上げよう。ピン生産は非常に単純な作業であり、その全生産工程のすべての作業を 1 人の労働者が受け持つことは十分に可能である。その一方で、生産組織内の各人が一連の作業の中のどれか 1 つに特化すれば、ピン生産における分業が成立する。こうして、全生産工程を 1 人で遂行することも多数の労働者で分担することもできるが、いずれにせよピン生産の技術的性質は変わらないことに注意しよう。同一の生産技術の下でも異なる生産組織の編成が可能であり、どのような生産組織が編成されるかは生産技術だけでは決まらない。

第 1 に、協業が生産技術によって一意的に決定される一方、分業の編成は必ずしも生産技術によって一意的に決定されない。工場制手工業すなわちマニファクチュアの特徴は同一の生産技術の下で巧みに生産組織を編成し、生産効率を高めようとした点にある。⁽⁸⁾

(7) Leijonhufvud [1986] は、いわゆる社会的分業を水平的分業 (horizontal division of labor) と呼ぶ一方、工場内分業を垂直的分業 (vertical division of labor) と呼んだ (Leijonhufvud [1986], p. 211)。

(8) Bruland [1989] は産業革命期における生産組織の革新の特徴を詳しく説明している (Bruland [1989], pp. 158–163)。

それでは生産の技術的性質は生産組織における分業の編成に何の影響も及ぼさないのだろうか。そうではない。生産目的が設定されれば、それに最もふさわしい生産組織が編成されるにちがいない。その際、生産の技術的性質が作用するだろう。実際、われわれは、単純な協業の下で、生産効率を最大限に高めるのは、どのような生産組織かを考えた。その結果、労働に関して収穫逓増が働けば、一定の条件の下で生産組織内に分業が編成されることがわかった。第2に、いったん生産目的が明確になれば、生産の技術的性質は生産組織の編成に影響を及ぼす。

4. 機械体系による生産

第2節では一般の協業の生産関数

$$G(L_1, L_2, \dots, L_n) = \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^\mu$$

を導入して協業全般を論じたが、この節では検討する協業の範囲を多少とも限定しておく。第1に規模に関して収穫一定を仮定する。すでに述べたように、規模に関して収穫一定であるとき、生産関数 G の2つのパラメーター λ , μ は $\lambda\mu = 1$ を満たす。第2に協業における個人 i の単独での貢献 $A_i L_i^\lambda$ が彼の労働支出 L_i に対して収穫逓減または収穫一定であると仮定しよう。生産関数のパラメーター λ は $0 < \lambda \leq 1$ を満たす。特に個人 i の単独での貢献が収穫逓減を示せば、 $0 < \lambda < 1$ であるが、第1の仮定を考慮に入れれば、 $\mu > 1$ となる。この場合、多数の労働者による協業は、各人の単独での貢献が収穫逓減を示すにもかかわらず、生産組織全体で正の経済効果を生む。一方、個人 i 単独での貢献が収穫一定を保てば、 $\lambda = 1$ であるが、同じく第1の仮定より $\mu = 1$ となる。この場合、協業は正負いずれの経済効果も生まない。

規模に関して収穫一定であるとき、一般の協業の生産関数は

$$G(L_1, L_2, \dots, L_n) = \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}}$$

となる。ただし、第2節で述べたように

$$A_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

かつ

$$\sum_{k=1}^n A_k = 1 \tag{4.1}$$

である。⁽⁹⁾

(9) 一般の協業の生産関数は各人の労働投入を独立変数とするが、数学的には多変数の CES (constant elasticity of substitution) 生産関数と同型である。多変数の CES 生産関数については Sydsæter, Hammond, Seierstad, and Strøm [2008], p. 72.

さて、パラメーター λ は $0 < \lambda \leq 1$ の範囲をとった。生産関数 G の形状はパラメーター λ の値に依存し、協業の性格も λ の値とともに変化する。もちろん、 $\lambda = 1$ のとき、生産関数 G は単純な協業の生産関数 G_0 に帰着する。次に λ の値の減少は何をもたらすだろうか。 λ の値は各人の労働 L_i に関する各人の単独での貢献 $A_i L_i^\lambda$ の弾力性を示す。すなわち、労働 L_i が 1% 増加するとき、各人の単独での貢献 $A_i L_i^\lambda$ は $\lambda\%$ 増加するだろう。 λ が減少を続ければ、各人の労働が共同作業において果たす役割はますます小さくなる一方で、収穫一定の下で協業の正の経済効果はますます大きくなるにちがいない。 $\lambda > 0$ の値が減少するとき、生産関数 G の形状はどう変化するだろうか。

改めて一般の協業の生産関数を示しておく。

$$Y = \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right)^{\frac{1}{\lambda}}$$

両辺の対数をとれば、

$$\log Y = \frac{1}{\lambda} \log \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right) \quad (4.2)$$

であるが、

$$h(\lambda) = \log \left(\sum_{k=1}^n A_k L_k^\lambda \right), \quad g(\lambda) = \lambda$$

と置けば、

$$\log Y = \frac{h(\lambda)}{g(\lambda)}$$

と書き換えることができる。このとき、関数 $h(\lambda)$ については (4.1) より

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} h(\lambda) = 0$$

であり、また関数 $g(\lambda)$ についても

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} g(\lambda) = 0$$

であるから、L'Hôpital の法則を用いて、

$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{h(\lambda)}{g(\lambda)} &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{h'(\lambda)}{g'(\lambda)} \\ &= \sum_{k=1}^n A_k \log L_k \end{aligned}$$

を導くことができる。したがって、(4.2) においてパラメーター λ が 0 に近づけば、

$$\log Y = \sum_{k=1}^n A_k \log L_k$$

となり、結局、生産関数は

$$Y = \prod_{k=1}^n L_k^{A_k} \quad (4.3)$$

と表される。一般の協業の生産関数は、パラメーター λ が 0 に収束するとき、労働支出 L_k に関して Cobb-Douglas 型の関数に帰着することがわかった。⁽¹⁰⁾

生産量 Y は労働支出 L_k ($k = 1, 2, \dots, n$) の関数であるが、(4.3) の右辺を $H(L_1, L_2, \dots, L_n)$ と置けば、

$$H(L_1, L_2, \dots, L_n) = \prod_{k=1}^n L_k^{A_k} \quad (4.4)$$

である。生産関数 $H: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ は、どのような性質を持つだろうか。第 1 に、 $1 \leq i \leq n$ について $L_i = 0$ ならば、

$$H(L_1, L_2, \dots, L_n) = 0$$

である。すなわち、この生産技術の下では、協力して働く労働者のうち誰一人が欠けても生産物は得られない。第 2 に、個人 i の限界生産力は

$$\frac{\partial H}{\partial L_i} = \frac{A_i Y}{L_i} \geq 0$$

であり、さらに、この偏導関数を個人 j ($j \neq i$) の労働投入 L_j で偏微分すれば、

$$\frac{\partial^2 H}{\partial L_i \partial L_j} = \frac{A_i A_j Y}{L_i L_j} \geq 0$$

となる。各人の限界生産力は他人の労働量にも依存し、他人の労働量が増えれば各人の限界生産力も向上する。もちろん $L_j = 0$ ならば $Y = 0$ であるから、他人の労働投入なしには各人の限界生産力が正値をとることはない。また産出量 $\bar{Y}$ を維持しつつ、個人 i の労働投入 L_i をわずかに減らしてみよう。他の条件を不変として個人 j の労働投入 L_j は、どう変化するだろうか。簡単な計算より

$$\left. \frac{dL_j}{dL_i} \right|_{Y=\bar{Y}} = -\frac{A_j L_j}{A_i L_i} < 0$$

であり、個人 j の労働投入 L_j は、いくらか増加することがわかる。すなわち個人 i の労働投入 L_i を個人 j の労働投入 L_j に代替し、産出量水準を維持することができる。この生産において各人の労働投入は欠かせないが、少なくとも部分的には個人間の労働代替は不可能ではない。

(10) Cobb-Douglas 型生産関数が CES 生産関数の特別な場合であることはよく知られており、その証明もミクロ経済学の多くの教科書に載っている。しかし、多くの教科書の証明は独立変数が 2 変数の場合に限られるから、本文に多変数の場合の証明をつけておいた。

最後に、生産関数 H は具体的にどのような生産技術を表現していると考えられるだろうか。この生産技術の下では協力して働く n 人の労働者のうち誰一人が欠けても財は生産されない。言い換えれば財の生産には n 人全員の協力が不可欠であり、この点に生産関数 H の著しい特徴がある。一方、一般の協業の生産関数に、このような性質はない。Marx は次のように述べる。「機械はのちに述べるいくつかの例外を除いては、直接に社会化された労働すなわち共同的な労働によってのみ機能する。だから、労働過程の協業的性格は、今では労働手段そのものの性質によって命じられた技術的必然となるのである。」⁽¹¹⁾ なお、この「機械」(machinery) は引用文の直前で Marx 自身が言い換えているように、正確には「機械体系」(the machine system) を指す。生産関数 H の定義式 (4.4) はさしあたり明示的な形で機械設備を含んでいない。⁽¹²⁾ にもかかわらず、この生産関数は、すでに確かめたように労働者間の緊密な協力関係を表し、この点を考慮すれば、「共同的な労働によってのみ機能する」機械体系による生産の生産関数にふさわしい。機械体系の導入を契機として労働者間の緊密な協力関係が形成されたのであり、われわれは、生産関数 H を機械体系による生産の生産関数と呼ぶ。

5. 新古典派生産関数

前節では機械体系による生産の生産関数

$$H(L_1, L_2, \dots, L_n) = \prod_{k=1}^n L_k^{A_k}, \quad \sum_{k=1}^n A_k = 1, \quad A_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (5.1)$$

を導入した。この生産関数の独立変数は、生産組織に属する個人の労働投入であり、この生産関数は各人の労働投入量と財の生産量の関係を示す。と同時に、この関数は同じ生産組織に属する個人間の協力関係も表す。その意味で生産関数は単純な、あるいは一般の協業の生産関数と同様、生産組織の生産関数である。さて従来、大量の労働力とともに機械設備——別な言い方では資本設備——を投入する大規模生産の分析では新古典派生産関数が多用されてきた。前節で導入した機械体系による生産の生産関数は、新古典派生産関数とどのような点で異なるのだろうか。

新古典派生産関数において財の産出量は労働・資本設備・土地など生産要素の投入量の関数であり、これらの生産要素の投入量が与えられれば、財の産出量はただ 1 つ決まる。特に同質の労働は 1 つの生産要素と見なされるが、新古典派生産関数において財の産出量は、他の生産要素の投入量を所与としたとき、同質の労働の総投入量のみに依存して決定される。しかしながら、機械体系による生産の生産関数においてはそうではない。

(11) Marx [1968], p. 503.

(12) 第 5 節では明示的な形で機械設備が考慮されるだろう。

機械体系による生産の生産関数は

$$H(L_1, L_2, \dots, L_n) = \prod_{k=1}^n L_k^{A_k}$$

であった。このとき、

$$H(\bar{L}, 0, \dots, 0) = 0$$

であるから、所与の総労働時間 $\bar{L}$ の下での最小生産量が 0 であることはすぐわかる。一方、所与の総労働時間 $\bar{L}$ の下での最大生産量は、どれだけだろうか。この最適化問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \max \quad & \prod_{k=1}^n L_k^{A_k} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^n L_k = \bar{L} \end{aligned}$$

この制約条件付き最適化問題のラグランジュ乗数を η とし、ラグランジュ関数を

$$L(L_1, L_2, \dots, L_n, \eta) = \prod_{k=1}^n L_k^{A_k} + \eta \left(\bar{L} - \sum_{k=1}^n L_k \right)$$

と置く。最適性の 1 階の必要条件は

$$\frac{A_k}{L_k} Y = \eta, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (5.2)$$

$$\sum_{k=1}^n L_k = \bar{L} \quad (5.3)$$

となり、(5.2) の n 個の等式を合計して (5.3) を考慮すれば、

$$Y = \eta \bar{L}$$

が得られる。もちろん、

$$\sum_{k=1}^n A_k = 1$$

であることを忘れてはならない。再度 (5.2) を使えば、最適解 L_k^* が

$$L_k^* = A_k \bar{L} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

を満たすことはすぐわかる。したがって、この生産の最大生産量 Y^* は

$$Y^* = \bar{L} \prod_{k=1}^n A_k^{A_k}$$

となる。⁽¹³⁾

結局、生産量 Y は

$$0 \leq Y \leq \bar{L} \prod_{k=1}^n A_k^{A_k}$$

の範囲を動き、たとえ生産組織全体の総労働時間 $\bar{L}$ が所与であっても生産量は一意に定まらない。産出量は総労働時間 $\bar{L}$ が労働者 n 人の中でどう配分されたかによって、言い換えれば、どのような生産組織が編成されたかによって異なる。生産組織が明示的に考慮されたとき、財の生産量は、もはや新古典派生産関数の場合のように単純に生産組織全体の総労働投入の関数ではない。

新古典派経済学が企業をもっぱら生産関数と見なすのに対し、「新制度派経済学」あるいは「取引費用の経済学」は企業を統治構造 (governance structure) と見なす。Williamson [2005] は新古典派経済学と「取引費用の経済学」—— Williamson 自身がその開拓者の 1 人であるが——の企業観をこのように対比し、その上で両者が補完的な関係に立つと主張した。⁽¹⁴⁾

Williamson は新古典派経済学の企業理論の限界を指摘したが、新古典派経済学を否定したわけではない。特に生産の技術的側面に限れば、生産関数に基づく分析に全幅の信頼を置いているように見える。もちろん、この場合の生産関数は新古典派生産関数である。しかしながら、生産組織が明示的に考慮されたとき、財の生産量は単純に生産組織全体の総労働投入の関数ではなかった。その点で新古典派生産関数は機械制大工業における生産技術の正確な表現とは言えない。われわれは、『資本論』第 1 巻第 4 篇の成果に基づいて機械体系による生産の生産関数を構成した。一方、この生産関数は、「取引費用の経済学」が重視する生産組織に数学的定式化を与える。

周知のように新古典派生産関数の独立変数は労働とともに資本設備を含む。一方、機械体系による生産の生産関数は、その名称にもかかわらず、今のところ機械設備を明示的に考慮していない。最後に、機械体系による生産の生産関数を若干、拡張して機械設備を明示的に導入しよう。機械設備 K を明示的に考慮すれば、機械体系による生産の生産関数 $\hat{H} : \mathbf{R}^{n+1} \rightarrow \mathbf{R}$ は

$$\hat{H}(L_1, L_2, \dots, L_n, K) = \left(\prod_{k=1}^n L_k^{A_k} \right)^{1-b} K^b, \quad K \in \mathbf{N}, \quad b > 0$$

と書ける。関数 $\hat{H}$ もまた本来の機械体系による生産の生産関数 H のわずかな拡張であり、新しい生産関数 $\hat{H}$ に本質的な変更点はないが、2 点だけ補足しておこう。第 1 に、関数 $\hat{H}$ の独立変数 K は機械設備の台数を示す。1 台の機械設備が物理的に分割不可能である以上、関数 $\hat{H}$ の独立変数 K は自然数である。第 2 に、生産関数 $\hat{H}$ は規模に関して収穫一定である。実際、定数 $c > 1$ に対して

(13) 関数 $H(L_1, L_2, \dots, L_n)$ は狭義凹関数であり、最適性の十分条件も満たされる。

(14) Williamson [1980], p. 6, Williamson [2005], p. 41. また、「取引費用の経済学」と異なる立場に立ちつつも、Hart [1989] もまた新古典派経済学が企業を実行可能な生産計画の集合と見なしていると指摘する (Hart [1989], p. 1758)。

$$\hat{H}(cL_1, cL_2, \dots, cL_n, cK) = c\hat{H}(L_1, L_2, \dots, L_n, K)$$

であることは容易に確かめられる。もし、機械設備 1 台が、その操業に必要な労働人員とともに既存設備 1 台に追加されれば、生産量は現行水準の 2 倍になるだろう。

6. 結論と今後の課題

本稿は『資本論』第 1 巻第 4 篇を独立の理論研究と見なし、Marx が提起する大工業論の数学的定式化を行った。数学的定式化の結果、協業、分業、機械体系による生産の間の関係は簡明になり、大工業論の構造が明瞭になった。最後に、本稿が明らかにした諸点を整理しておこう。

第 1 に協業は生産活動の技術的性質に直接に依拠する。本稿は協業の展開に関して、異なる生産組織に対応する 4 つの生産関数を定式化した。本稿が定式化した生産関数は第 1 に独立生産者の生産関数、第 2 に単純な協業の生産関数、第 3 に一般の協業の生産関数、最後に機械体系による生産の生産関数であった。協業は、それまで独立の個人によって進められた生産が一カ所に集約された時点で始まる。単純な協業の生産関数は、このような協業を定式化している。単純な協業は独立生産者による生産の並置であり、並立する生産者間に相互作用はない。しかしながら、實際上、協力して作業を進める個人がよい意味でも悪い意味でも相互に影響を及ぼさない状況は考え難い。一般の協業の生産関数は、協力して働く個人間の相互作用を定式化している。一般に、協力して働く労働者の間には正負の相乗効果が働く。それでは協業の正の生産効果が高まるとき、生産技術には、どのような変化が生じるだろうか。規模に関する収穫一定を保ちつつ協業の正の生産効果が高まるとき、一般の協業の生産関数は、機械体系による生産の生産関数に近づく。

第 2 に、生産組織内での労働者間の協力関係に注目するとき、機械体系による生産は最高度に高められた協業にはかならない。実際、機械体系による生産では労働者間の協力は緊密であり、もはや生産組織内の労働者のうち誰一人が欠けても生産は行われぬ。

第 3 に、協業が生産活動の技術的性質に直接に依拠するのに対し、分業は必ずしも生産活動の技術的性質のみに依拠するわけではない。多数の人々が協力して働くとき、この生産活動の技術的性質により各人の役割が決まり、労働者間で分業が成立することがある。確かに、生産組織内の相当数の分業はこのような分業であるかもしれないが、それでも、すべての生産組織内の分業が、生産の技術的性質のみに依拠するわけではない。第 3 節では、工場内分業の成立が、場合によっては生産の技術的条件に加えて生産組織の生産目的にも依存することを示した。このとき、生産組織の編成は生産技術だけでは決まらない。

大西 [2002] は、封建制と対比しつつ、資本制における機械の役割に特別な注意を向けた。資本制経済では道具に代わって機械が主要な生産手段になり、資本賃労働関係に代表される資本制経済の生

産諸関係は究極的には機械による生産に依拠する。⁽¹⁵⁾ この基本認識は、山下・大西 [2002] に始まるマルクス派最適成長論の一連の業績を生み、大西 [2015] は現時点でのその到達点である。大西 [2015] はマルクス派最適成長モデルという枠組みを開発して史的唯物論の証明に取り組んだ。⁽¹⁶⁾ 本稿は直接に史的唯物論に言及していない。しかし、本稿は史的唯物論と大西 [2002] の基本認識を背景に、『資本論』第1巻第4篇に基づいて機械体系による生産の生産関数を提示した。機械体系による生産の生産関数は、機械設備の運転に従事する労働者間の協力関係を厳密に定式化する。本稿の考察は、機械制大工業の下での生産組織、具体的には工場制度の分析の基礎となるだろう。⁽¹⁷⁾

参 考 文 献

- Alchian, A. A. and H. Demsetz [1972], ‘Production, Information Costs and Economic Organization’, *American Economic Review*, Vol. 62, No. 5, pp.777–795.
- Bruland, K. [1989], ‘The Transformation of Work in European Industrialization’, in P. Mathias and J. A. Davis (eds.), *The First Industrial Revolutions*, (Oxford: Basil Blackwell).
- Hart, O. [1989], ‘An Economist’s Perspective on the Theory of Firm’, *Columbia Law Review*, Vol. 89, No. 7, pp.1757–1774.
- Leijonhufvud, A. [1986], ‘Capitalism and Factory System’, in R. N. Langlois (ed.), *Economics as a Process: Essays in The Institutional Economics*, (Cambridge: Cambridge University Press).
- Marx, K. [1968(1890)], 『資本論』第1巻, マルクス＝エンゲルス全集刊行委員会訳, 大月書店. [Marx, K., 1968 (1890), *Sihonron Dai 1 Kan*, Marukusu = Engerusu Zensyuu Kankou Inkai Yaku, Ootuki Syoten. (in Japanese)]
- 大西広 [2002], 「マルクスの経済学」, 三土修平・大西広編著『新しい教養のすすめ: 経済学』, 昭和堂. [Oonisi, Hiroshi, 2002, “Marukusu no Keizaigaku”, Mitsuti Shuhei, Oonisi Hiroshi Hentyo, *Atarasi Kyoyou no Susume: Keizaigaku*, Syowado. (in Japanese)]
- 大西広 [2015], 『マルクス経済学』第2版, 慶應義塾大学出版会. [Oonisi, Hiroshi, 2015, *Marukusu Keizaigaku, Dai 2 Han*, Keiou Gijukudaigaku Syuppankai. (in Japanese)]
- Pagano, U. [2012], ‘Marx’, in M. Dietrich, and J. Krafft (eds.), *Handbook on the Economics and Theory of the Firm*, (Cheltenham: Edward Elgar).
- 関根順一 [2011], 「協業・分業および機械生産: 『資本論』第1巻第4篇の数学的定式化」, (経済理論学会第59回大会報告論文). [Sekine, Jun-Ichi, “Kyougyou, Bungyou oyobi Kikaiseisan: ‘Sihonron’ Dai 1 Kan Dai 4 Hen no Suugakuteki Teisikika”, *Keizairon Gakkai Dai 59 Kai Taikai Houkokuronbun*. (in Japanese)]
- 関根順一 [2014], 「機械体系による生産: ナッシュ均衡」, 『季刊経済理論』第50巻第4号, pp.73–83. [Sekine, Jun-Ichi, 2014, “Kikaitaikei niyoru Seisan: Nassyu Kinkou”, *Kikan Keizairon*, Vol.50, No.4, pp.73–83. (in Japanese)]
- Sydsæter, K., P. Hammond, A. Seierstad, and A. Strøm [2008], *Further Mathematics for Economic Analysis*, 2nd ed., (Harlow: Prentice Hall).
- Williamson, O. E. [1980], ‘The Organization of Work: A Comparative Institutional Assessment’, *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 1, pp.5–38.

(15) 大西 [2002], pp.54–55.

(16) 大西 [2015], p.113.

(17) 本稿の考察に基づく工場制度の分析の試みに関根 [2014] がある。

- Williamson, O. E. [2005], ‘Transaction Cost Economics’, in C. Ménard and M. M. Shirley (eds.), *Handbook of New Institutional Economics*, (Dordrecht: Springer).
- 山下裕歩・大西広 [2002], 「マルクス理論の最適成長論的解釈：最適迂回生産システムとしての資本主義の数学モデル」, 『政経研究』, 第 78 号, pp. 25–33. [Yamasita, Yuuho, Oonisi Hiroshi, 2002, “Marukusu Riron no Saitekiseityouronteki Kaisyaku: Saitekiukaiseisansisutemu tositeno Sihonsyugi no Suugakumoderu”, *Seikeikenkyuu*, No.78, pp. 25–33. (in Japanese)]

要旨: 本稿は、『資本論』第 1 巻第 4 篇で Marx が提起した大工業論の数学的定式化を行った。数学的定式化の結果、協業、分業、機械体系による生産の間の関係は簡明になり、大工業論の構造が明瞭になった。本稿の主要な結論は以下の通りである。第 1 に協業は生産活動の技術的性質に直接に依拠する。第 2 に、生産組織内での労働者間の協力関係に注目するとき、機械体系による生産は最高度に高められた協業と見なされる。第 3 に分業は必ずしも生産活動の技術的性質のみに依拠するわけではない。

キーワード: Marx, 協業, 分業, 機械体系による生産, 生産組織の生産関数